

Méthode nouvelle pour la mesure CCD du diamètre solaire avec un astrolabe

A new method for CCD measurements of the solar diameter with an astrolabe

V. Sinceac¹, F. Chollet¹, F. Laclare² et C. Delmas²

¹ Observatoire de Paris, 61 avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France

² Observatoire de la Côte d'Azur, France

Reçu le 5 juin; accepté le 22 juillet, 1997

Abstract. Observing the Solar disk is a challenge and, as for the past visual observations, we have many results depending on observers and/or instruments. This was due to the differences in visual perceptions of the Sun's limb, instrumental errors and atmospheric disturbances. After a long series of visual observations at Calern Observatory, Francis Laclare felt the need for more impersonal and automatic measurements of the Solar diameter. After a series of analog CCD measurements (1989-1995), a digital data acquisition and processing was tested by the Paris Observatory group (F. Chollet and V. Sinceac) during the 1996 spring at Calern Observatory. Before starting a new continuous campaign of observations, to confirm eventual variations of the diameter and solar flatness, the aim is to find the best definition of the solar edge. The test campaign was spent comparing different solutions that were tried on two different astrolabes at Calern Observatory: The "classical" one, outfitted with eleven zerodur ceramic prisms (S astrolabe), that has been used for twenty years in the Laclare series and on the other hand an instrument equipped with a varying angle prism (V astrolabe) enabling many measurements (385 in 1996) for perfecting the know how.

This article focusses on acquisition techniques and their feasibility. Two procedures were tried: The first one used alternately the direct and reflected images (separated using a revolving shutter in front of the objective) and the second one mathematically sorts out both components inside the computer (an image being a two-dimensional array of numbers). According to the principle of the astrolabe, the measured quantity is the exact time crossing the parallel of altitude (defined by the prism angle) by the Sun's edge, i.e. the time of merging of the two images of the Sun in the focal plane of the telescope where the

CCD matrix stands. Here comes the definition of the Solar edge for one frame as the collection of the inflect points on the luminosity function along each of the 256 useful lines (the matrix is 512 by 512 pixels). This means that a numerical derivation is performed on every other line of the CCD video camera which has to stand as vertical as possible. Then, for every frame, and through the 256 points, a parabola is fitted, using the least squares method. The top of this parabola materializes the prospective characteristic point. The sets of such points associated with the corresponding times of acquisition, are collected for both images and the exact time of contact of the two images may be obtained. This time is also the time when the solar edge crosses the almucantar.

The results for the semi-diameter obtained during 1996 campaign are derived from sixty measurements with the revolving mask and sixty seven without it, performed on the Solar Astrolabe. They give a mean value of $959'39 \pm 0'03$ with a scatter of $0'29$.

It is interesting to remark that the values of the error bar and the scatter obtained do not depend on the definition of the Solar edge, whereas the mean value does depend on it.

It is noticed that going with the method is made a systematic error which slightly shrinks the diameter, but this value can be known statistically and the correction can easily be done. Choosing the best definition of the Solar edge will be the matter of a following article.

The main advantage of such a digital acquisition procedure has to be stressed, as it enables to store the full data for further reference and, if possible, better future processing.

Key words: astrometry — methods: observational — Sun: fundamental parameters

1. Introduction

Une campagne expérimentale de mesures du diamètre solaire a débuté au CERGA/OCA (Centre d'Études et de Recherches Géodynamiques et Astronomiques/Observatoire de la Côte d'Azur) à la fin des années 70. Pour ce faire, l'optique d'un astrolabe de Danjon (1954, 1958) a été modifiée, et protégée.

En plus d'une stabilité exceptionnelle, ce nouveau montage a permis d'effectuer des observations à plusieurs distances zénithales fixes. Ce type d'instrument conduit actuellement aux meilleurs résultats possibles pour ce qui concerne la mesure du diamètre du Soleil (Laclare 1975; Laclare et al. 1980; Laclare 1987). Les qualités de l'unique observateur et de ce nouvel instrument aidées du fait que les équations de condition se prêtent aisément à la séparation des inconnues du problème y sont pour beaucoup. Mais les observations dépendaient, et dépendent encore partiellement, des qualités de l'observateur.

Durant les premières années d'observation, l'unicité de l'observateur et de l'expérience faisaient que d'éventuelles erreurs systématiques pouvaient affecter les mesures. Il était donc nécessaire de modifier l'instrument pour le rendre aussi impersonnel que possible et de diversifier le réseau des astrolabes solaires. Dès 1989, un système d'acquisition d'images obtenues à partir d'une caméra CCD (Charged Couple Device) permettait d'impersonnaliser les mesures faites à l'astrolabe solaire du CERGA. Ce système, développé dans un premier temps en mode analogique, devait être utilisé en alternance avec le programme d'observations visuelles de 1989 à 1995 (Laclare et al. 1991). La cohérence des résultats obtenus durant cette période devait contribuer à qualifier l'ensemble des mesures visuelles depuis le début de l'expérience. À partir de 1996, le système d'acquisition analogique a été remplacé par une méthode de numérisation des images (Sinceac 1996) pour fonctionner, encore de manière probatoire, en alternance avec le programme visuel.

L'expérience a été installée dans plusieurs stations comme à San Fernando en Espagne (Sanchez 1991), à Santiago du Chili (Chollet & Noël 1993), à Sao Paulo (Leister 1989) et Rio de Janeiro (Andrei 1996) au Brésil et à Malatya en Turquie (Golbasi 1996), stations où les résultats corroborent remarquablement ceux obtenus au CERGA/OCA.

Dans ce travail, la partie technique de l'expérience sera exposée en détail, suivie d'une présentation des premiers résultats, comparés ensuite à la longue série d'observations visuelles et aussi à d'autres résultats.

2. L'astrolabe solaire

Le principe de l'instrument de Danjon est à présent bien connu et apprécié, depuis la constitution d'un catalogue stellaire de haute précision par le satellite Hipparcos, qui n'est rien d'autre qu'un astrolabe sans bain de mercure.

2.1. L'instrument visuel

Dans la réalité des mesures, l'astrolabe est désavantagé tant par les turbulences de l'atmosphère que par des problèmes thermiques, surtout lorsqu'il s'agit d'observer le Soleil. Toutefois, par son principe même, il est le seul instrument d'astrométrie au sol à pouvoir observer de façon fiable des diamètres verticaux, et d'ailleurs seulement eux. La raison en est qu'au lieu de mesures d'angles, cet instrument ne permet de déterminer que des instants de passage par une distance zénithale constante. Il est donc, pour les mesures de diamètre, affranchi en grande partie des erreurs commises dans l'évaluation des effets de la réfraction. À partir de l'instrument conçu en France, diverses modifications ont conduit à l'astrolabe dit solaire. Cet instrument se distingue du modèle de Danjon par diverses modifications.

En premier lieu, le prisme transparent permettant les observations à 30° de distance zénithale est remplacé par une série de 11 prismes autorisant les observations à autant de distances zénithales z_i fixes. Ces prismes, construits en céramique microcristalline travaillent en réflexion et sont dotés de la stabilité attachée à ce type de matériau. Ces divers prismes, dont la section principale est toujours un triangle isocèle, diffèrent entre eux par la valeur de l'angle au sommet γ de cette section. C'est cet angle γ qui finalement définit la distance zénithale d'observation par la relation :

$$z = \gamma - \frac{\pi}{2}$$

Aisément interchangeables, ces prismes permettent, par beau temps, d'effectuer jusqu'à 22 mesures de diamètre par jour.

À ce montage s'ajoute une autre pièce optique importante, le filtre neutre. Constitué d'une lame à faces parallèles en silice fondue recouverte d'une couche de Chrome-Nickel, ce filtre introduit une densité optique de l'ordre de 5.5 et atténue l'intensité lumineuse reçue du Soleil de 14 magnitudes environ.

Entre 1978 et 1996, les observations visuelles ont permis d'accumuler plusieurs milliers de mesures de diamètre solaire. De nouveaux résultats ont été obtenus à partir d'une nouvelle réduction des observations, non encore terminée, basée sur le système UAI en vigueur depuis 1988 et sur la théorie VSOP87 (Bretagnon & Francou 1988). Pour l'instant, seuls 5 prismes ont été pris en compte dans cette re-réduction. Les variations apparentes du demi-diamètre, non encore expliquées ont encore été mises en évidence et une recherche des effets perturbateurs possibles est

en cours au CERGA (Laclare et al. 1996). On retiendra seulement ici que, toutes distances zénithales confondues, l'erreur moyenne pour une mesure est de $0''.28$.

Afin de confirmer plus sûrement ces résultats, et d'améliorer la précision des mesures, il a été décidé de modifier le système d'acquisition des données par un système électronique basé sur l'emploi d'une caméra CCD associée à un micro-ordinateur, ce qui a conduit à l'astrolabe à CCD.

2.2. L'astrolabe à CCD

Si l'on veut bien examiner de près ce nouveau mode d'observation, son principe est strictement le même que par le passé : l'œil de l'observateur est remplacé par le circuit CCD tandis que le micro-ordinateur a la charge de remplacer le cerveau de l'observateur. Mais là s'arrête la similitude. En effet, sauf en de rares exceptions, le système électronique n'accuse aucune défaillance et procède à une acquisition de données incomparablement plus complète et surtout plus fidèle qu'un observateur humain. Une observation visuelle conduisait à obtenir une vingtaine de temps par passage d'un bord solaire, ce qui équivaut à 160 octets à traiter dans un ordinateur. L'emploi d'une caméra CCD amène à accumuler une cinquantaine d'images directes et réfléchies du Soleil pendant les quelques 25 à 30 secondes que dure un passage, ce qui envoie plus de 2.5 megaoctets en machine !

Rappelons que, dans la méthode d'observation visuelle, l'observateur doit maintenir le contact, aidé par le micromètre, entre les deux images du Soleil, directes et réfléchies. Le procédé électronique prendra une série de chacune des images du Soleil. Ce n'est qu'après les observations que l'ordinateur procèdera à la reconstitution des trajectoires de chacune des deux images. Pour simplifier, on peut dire que l'instant de passage se déduit alors de l'intersection des deux trajectoires. Cette question sera abordée plus précisément plus loin.

Deux astrolabes ont été employés au CERGA pour la mise au point de ces nouvelles méthodes d'acquisition : l'astrolabe solaire équipé de prismes d'angles fixes et un second astrolabe équipé d'un prisme d'angle variable essentiellement construit pour tester rapidement matériel et logiciels. Ce montage permet d'effectuer facilement une dizaine de mesures du diamètre solaire par heure.

Dans tous les cas, le bord solaire est défini par la ligne joignant les points d'inflexion des courbes d'intensité lumineuse obtenues le long de chaque ligne de la caméra CCD.

Pendant le passage, l'instrument se comporte comme tout astrolabe classique, c'est-à-dire que deux images du bord solaire sont simultanément présentes dans le champ de la lunette. Ces deux images sont séparées pendant une moitié de l'observation et se recouvrent durant l'autre moitié. On peut craindre que l'accumulation de lumière puisse saturer la CCD, ou pire, la détruire (la CCD est

au foyer image de l'instrument) mais aussi que la détermination du bord solaire soit rendue impossible ou tout au moins beaucoup moins précise pendant le recouvrement des images. Compte tenu de ces circonstances, deux méthodes d'observations ont été testées.

Dans une première série d'essais, le problème de recouvrement a été éliminé par la mise en place d'un obturateur tournant devant l'objectif.

Ces tests ont été conduits sur l'instrument à prisme d'angle variable puis sur l'astrolabe solaire. En rotation constante pendant la durée des observations, l'obturateur cachait alternativement chacune des pupilles d'entrée de l'objectif et, à chaque demi-tour, commandait un interrupteur électronique déclenchant l'acquisition des images et leur datation précise (Fig. 1). Cet interrupteur était lui-même commandé par l'observateur qui de ce fait pouvait laisser ou non passer les contacts de l'obturateur et, ainsi, définir les instants de début et de fin des acquisitions. Durant chaque passage il était ainsi possible de recueillir une centaine de fenêtres de 101×256 pixels, associées à l'heure précise de leur acquisition. Ces fenêtres, grâce à l'action de l'obturateur, contenaient, alternativement, une image du Soleil, directe ou réfléchi sur le bain de mercure. Mais bien que les premières analyses de ces images aient conduit à des résultats très satisfaisants, il est très vite apparu que leur qualité n'était pas celle que l'on était en droit d'espérer. Cela pouvait être dû au site, à un mauvais réglage de l'instrument ou à la méthode. L'essai de cet obturateur sur le second astrolabe a rapidement démontré que les qualités du site et de l'astrolabe ne pouvaient pas être mises en cause. On verra toutefois que malgré cette mauvaise qualité d'image, les résultats tirés des observations réalisées avec le prisme d'angle variable sont tout à fait honorables.

La caméra utilisée étant équipée d'un correcteur automatique de gain destiné à éviter toute saturation des pixels, il a été possible de tester une seconde méthode qui consistait tout simplement à procéder à l'acquisition de trames entières (et non plus de fenêtres) sur lesquelles figuraient les deux images du Soleil. Leur qualité a été immédiatement et très nettement améliorée même lors de leur superposition. Seul l'interrupteur de déclenchement de l'observation a été conservé et, le micro-ordinateur n'étant plus piloté par les impulsions de l'obturateur effectuait alors la prise d'images à sa propre cadence. Une cinquantaine d'images pleine trame (512×256 pixels) pouvaient être ainsi emmagasinées dans l'ordinateur pour chaque passage. Du point de vue de la quantité d'information, ce procédé permettait d'obtenir à peu près le même nombre de trames pour chaque image directe et réfléchi du Soleil que lors de l'acquisition de fenêtres séparées.

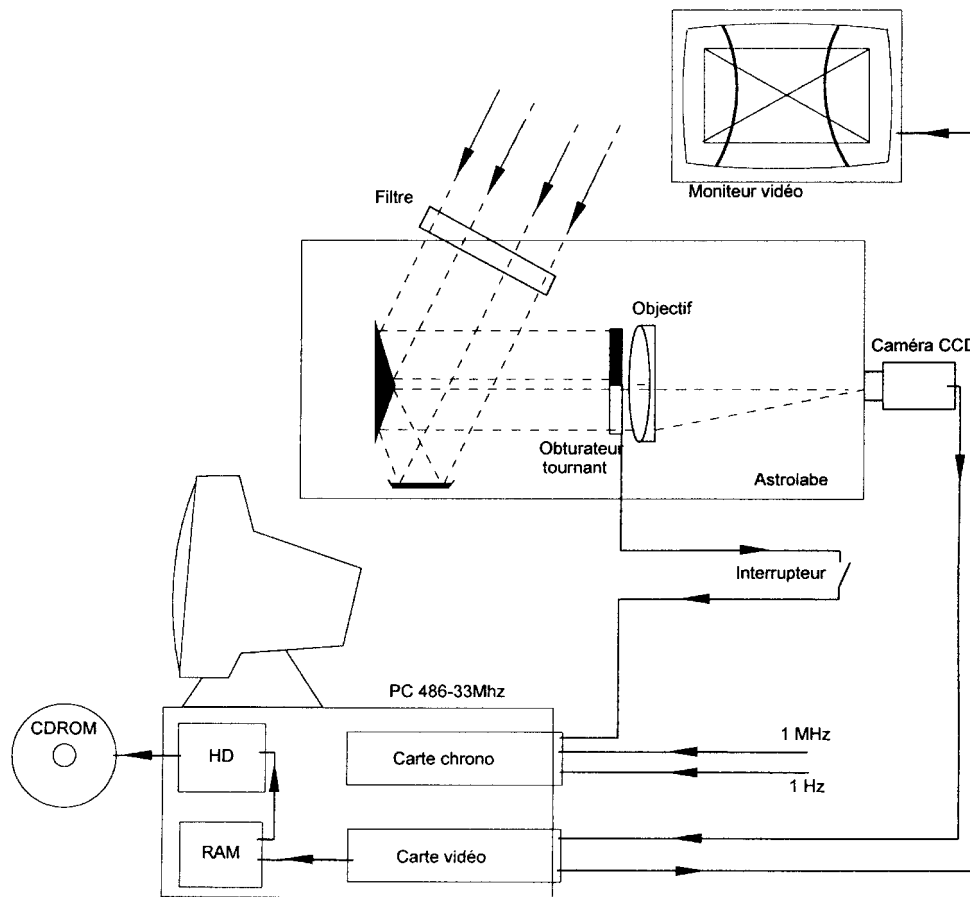


Fig. 1. Principe de l'acquisition numérique

3. Le traitement des données

Le problème à résoudre était alors celui de reconstituer les trajectoires des images directes et réfléchies, relativement à la CCD, d'un point judicieusement choisi sur le bord solaire. Si l'on suppose que les lignes sont parfaitement verticales, un point intéressant du bord solaire est, sur chaque image, celui dont la tangente est horizontale ou plus généralement celui dont la tangente est parallèle aux colonnes de la CCD. Ce point répond à des critères géométriques simples ce qui, a priori, rendra le traitement des images plus facile. On notera que, dans l'expérience telle qu'elle est menée au CERGA, les lignes de la CCD sont verticales. Ce choix est dû simplement à une commodité plus grande dans le traitement des données où l'on utilise fréquemment des transferts de blocs d'octets contenant une ligne entière. Ceci est impossible pour les colonnes dont les éléments sont séparés, en mémoire, de la longueur d'une ligne. On retiendra donc que ce sont les colonnes qui sont horizontales.

La CCD définit, avec une très bonne précision, un repère cartésien à deux dimensions. Du traitement des images, il sera possible de tirer deux informations indépendantes :

- les variations de la distance zénithale z en fonction du temps,
- les variations de l'azimut a en fonction du temps mais avec une moins bonne précision.

Les procédures de traitement choisies en découlent :

- Définition et détermination du "bord solaire" par points.
- Recherche du point dont la tangente est parallèle à la direction horizontale. Il sera désigné par "sommet" de l'image du bord solaire dans la suite.
- Conserver, pour chacune des images de la série, la position du sommet détecté et l'heure correspondante.
- Déterminer les trajectoires des sommets de chaque image.

Ces trajectoires connues, l'instant du passage est défini comme celui où les deux images, directes et réfléchies, sont tangentes à une même colonne de la matrice CCD ou, ce qui revient au même, lorsque les ordonnées des sommets de chaque image sont égales. À condition que la CCD soit parfaitement orientée, cette procédure a pour avantage d'éliminer toute erreur provenant d'un mauvais alignement vertical des deux images du Soleil.

La méthode d'observation et la définition du temps de passage sont différentes de celles utilisées lors des

observations visuelles, où l'instant mesuré est celui où les deux images du Soleil sont tangentes. Dans ces conditions, si les images solaires ne sont pas parfaitement alignées verticalement, il en résulte une erreur systématique dans la mesure du diamètre, dans le sens d'une diminution de sa valeur. C'est un avantage de la méthode employée dans ces mesures CCD que de supprimer cet effet.

Par contre, une inclinaison trop prononcée des colonnes de la CCD sur l'horizon entraîne aussi une erreur. Toutefois disposant avec la CCD d'un récepteur à deux dimensions, l'étude des trajectoires permet de déterminer aisément cette inclinaison et donc d'appliquer les corrections requises.

La chaîne des traitements commence donc par l'étude géométrique des images, afin de définir un bord solaire, puis de déterminer la position de chaque point du bord pour chaque ligne (verticale rappelons-le) de la caméra.

En règle générale, le bord solaire étant défini par une certaine courbe, on désignera par sommet de ce bord, le point de cette courbe dont la tangente est parallèle à l'axe des x du système de référence instrumental employé. Le temps de passage sera alors, dans ce système, l'instant où les sommets des bords des images directes et réfléchies ont la même ordonnée.

Cette définition pratique est soumise au choix du système de référence instrumental et à la manière dont le bord solaire est défini. Il va de soi que l'instant de passage adopté en fin d'analyse sera celui rapporté à une certaine méthode de définition du bord et surtout à un système de référence instrumental dont l'axe des x est horizontal. Les systèmes instrumentaux nécessaires sont l'un lié aux lignes (ou aux colonnes) de la CCD, l'autre lié à l'horizon.

3.1. Le bord solaire

L'examen des intensités lumineuses recueillies le long d'une ligne de la caméra montre très clairement les effets de la diffraction, associés à un effet centre-bord prononcé : l'intensité décroît très nettement du centre vers le bord.

Pratiquement, le bord a été défini comme le lieu des points d'inflexion rencontrés le long de chaque ligne de la caméra. Ce choix résulte de considérations d'optique et de commodité dans le traitement mathématique et numérique de ces images.

Du point de vue optique, on sait que la figure de diffraction d'une plage lumineuse uniforme, limitée par un passage brusque de la plage éclairée à la plage sombre, présente un point d'inflexion en coïncidence avec le bord réel et situé à mi-hauteur entre les plages lumineuses et sombres. De même, mathématiquement parlant, on sait que les points d'inflexion sur une courbe sont définis comme les points où la dérivée première est extrémale, ou encore ceux où la dérivée seconde s'annule.

Dans le traitement adopté au cours de cette première campagne, l'extremum de la dérivée a été pris comme référence et, le long de chaque ligne, une dérivée numérique a été calculée. Au nombre de 256, les lignes de la caméra contenaient 512 pixels. A chaque pixel de coordonnées (colonne, ligne) était attaché un nombre, compris entre 0 et 255, représentant une mesure de l'intensité lumineuse recueillie par le pixel durant la pose. Toutes les images obtenues au cours de cette campagne ont été archivées et des études concernant les méthodes de définition du bord solaire et de déterminations du demi-diamètre sont en cours. Les résultats de ces travaux devraient être présentés dans un avenir proche.

Le temps de pose de chaque image vidéo, réduite à sa trame impaire, étant limité à 20 ms, il a été possible de se passer de tout traitement trop sophistiqué des images : la ligne en cours de traitement était lissée sur 3 points puis le point d'abscisse x (en pixels) se voyait attribuer une dérivée calculée en faisant la différence des intensités contenues dans les pixels $(x + 2)$ et $(x - 2)$. Ce résultat est ensuite élevé au carré tant pour améliorer le rapport signal/bruit que pour éviter des tests de détermination du genre de l'extremum (dérivée maximale ou minimale). La position précise de l'extremum apparent est ensuite évaluée par un calcul de barycentre, au voisinage du sommet de la courbe des dérivées.

Le long de chaque ligne, le point correspondant à l'extremum de la dérivée est obtenu et l'ensemble de ces points représente un bord solaire observé. À ce bord réduit, un temps de passage est associé. Ce temps, lu sur une carte chronomètre insérée dans le micro-ordinateur d'acquisition, est systématiquement diminué de 30 ms. Cette correction provient des conditions de travail de la caméra CCD en mode vidéo :

- le temps de pose de chaque trame est de 20 ms,
- l'acquisition ne se fait qu'après la trame paire,
- l'acquisition concerne la trame impaire première à être observée après la lecture (destructive) de la CCD, et enfin
- la lecture de l'heure est faite juste après la fin de l'acquisition.

Le temps obtenu correspond ainsi à l'instant milieu de l'intervalle de temps de la pose.

Sur cet ensemble de points de la courbe qui définissait le bord de l'image du Soleil, il faut ensuite déterminer celui en lequel la tangente est parallèle aux colonnes de la CCD.

3.2. Le sommet du bord solaire

La figure géométrique simple qui représente le mieux le bord solaire est le cercle. Toutefois, une fois enregistrée dans l'ordinateur, l'image du bord diffère de cette figure pour de multiples raisons. L'optique de l'instrument, aussi

bien que l'agitation, les durées de la pose et de la lecture de la CCD contribuent à déformer ces images du Soleil.

Pour des raisons de symétrie, la figure apparente semblait être proche d'une conique. Dans le champ de la CCD (environ $6'4 \times 4'8$), la partie visible du bord solaire n'équivaut qu'à 15% du diamètre et présente une courbure très peu prononcée. On a donc finalement admis que le bord du Soleil pouvait, avec une précision suffisante, être approché par une parabole.

Pour chacune des images, le calcul par moindres carrés permet de déterminer les coefficients de l'équation du second degré représentant le bord. Si x_i, y_i sont les coordonnées des points d'un bord, dans un repère lié à la CCD, les équations de conditions suivantes :

$$y_i = ax_i^2 + bx_i + c,$$

écrites pour toutes les valeurs de i comprises entre 0 et 255, permettent de déterminer les coefficients a, b , et c , avec une bonne précision. Ces coefficients connus, le sommet de la parabole s'en déduit aisément. Il a pour coordonnées :

$$x_s = \frac{-b}{2a}, \quad y_s = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}.$$

Les erreurs moyennes sur ces coordonnées sont un peu inférieures au dixième de pixel en y , soit $0''06$. Dans le montage adopté, les variations de y sont le reflet exact des variations de distance zénithale du Soleil, quantité mesurée. La seconde coordonnée, en x , n'est employée que pour évaluer les termes correctifs dus à l'inclinaison des lignes de la CCD, et elle est obtenue avec des erreurs 15 à 20 fois plus élevées.

C'est cet ensemble de sommets x_s, y_s associés à une heure de mesure t_s , conservés pour chaque image qui permettra de reconstituer la trajectoire des sommets, moyennant quelques corrections qui seront étudiées plus loin.

3.3. Les trajectoires et l'instant du passage

L'ensemble des mesures, x_s, y_s et t_s permet de calculer les trajectoires de chacune des images, aussi bien en $x(t)$ qu'en $y(t)$, avec des précisions très différentes, bien entendu. On se préoccupera ici essentiellement des trajectoires $y(t)$ qui représentent les variations de position des images en distance zénithale. C'est, pour la méthode d'observation, la donnée dont l'analyse permet de définir l'instant de passage. L'équation de la trajectoire, dont les coefficients sont déterminés par application de la méthode des moindres carrés, peut toujours s'écrire sous la forme d'un développement en série, de la forme :

$$y = \sum_{k=0}^n a_k \cdot t^k,$$

avec n choisi à l'avance et où les a_k sont les inconnues. Il s'avère en fait que ces trajectoires ont des courbures

très faibles et, en tous cas, non significatives devant la dispersion des points. Des tests où la trajectoire était supposée parabolique ont montré que le coefficient du terme d'ordre 2 était toujours, d'abord plus grand que le terme calculé théoriquement et, ensuite, déterminé avec une erreur supérieure à la valeur du coefficient lui-même. D'un autre côté, le calcul théorique des effets de la courbure des trajectoire $y_s(t)$ montre qu'ils sont négligeables. Le problème se simplifiait et les trajectoires des images solaires pendant la durée du passage pouvaient être et ont été assimilées à des droites.

Les calculs permettent donc d'obtenir les trajectoires des sommets des ces images, sous la forme :

$$y = y_d + a_1 \cdot (t - t_0)$$

par exemple pour l'image directe, et une équation de la même forme pour l'image réfléchi. Si la caméra CCD est parfaitement positionnée, dans cette seconde équation le coefficient de t doit être égal à $-a_1$, puisque l'image réfléchi est la symétrique de l'image directe par rapport à un plan horizontal défini par le bain de mercure. Dans ce cas l'équation de la trajectoire du sommet réfléchi s'écrit :

$$y = y_r - a_1 \cdot (t - t_0).$$

On notera qu'à l'instant t_0 , le sommet de l'image directe se trouve à l'ordonnée y_d , tandis que l'image réfléchi a son sommet en y_r . Dans ces notations, l'instant où les deux sommets ont la même ordonnée est t_m , donné par :

$$t_m = t_0 + \frac{y_r - y_d}{2 \cdot a_1}.$$

En fait, les pentes des deux droites ne sont pas égales en grandeur car il est très exceptionnel que les colonnes de la CCD soient parfaitement horizontales. Toutefois, un calcul relativement simple permet de déterminer cette inclinaison et d'éliminer les effets qu'elle induit. Il faut pour cela évaluer aussi les trajectoires en azimut, ou à $\sin z$ près, en x .

3.4. La correction d'inclinaison de la CCD

L'expression théorique qui donne la variation de distance zénithale d'un astre en fonction du temps s'écrit, en se limitant aux termes d'ordre 1 :

$$z - z_0 = 15 \cdot \sin a \cdot \cos \varphi \cdot (t - t_0) = 15 \cdot \cos \delta \cdot \sin S \cdot (t - t_0),$$

où a est l'azimut de l'astre compté depuis le Sud vers l'Ouest, φ est la latitude du lieu d'observation, δ la déclinaison de l'objet et S l'angle à l'astre.

Les paramètres sont comptés en secondes de degré pour z et en secondes de temps pour t . Réduite au premier terme, cette relation implique que $t - t_0$ reste petit. C'est le cas de l'astrolabe puisque la durée d'un passage n'excédant pas 25 s, la quantité $t - t_0$ ne dépasse pas 13 s ou, environ, $3'$.

L'équation correspondante, en azimut, s'écrit :

$$a - a_0 = 15 \cdot \cos \delta \cdot \cos S \cdot (t - t_0) / \sin z.$$

Ramenées à un système de coordonnées x, y sur la CCD, supposée parfaitement réglée, les relations précédentes deviennent :

$$(x - x_0) \cdot e_x = 15 \cdot \cos \delta \cdot \cos S \cdot (t - t_0),$$

$$(y - y_0) \cdot e_y = 15 \cdot \cos \delta \cdot \sin S \cdot (t - t_0).$$

où e_x et e_y sont des constantes qui représentent les dimensions du pixel en secondes de degré, respectivement sur l'almucantar et en distance zénithale. Le diviseur $\sin z$ disparaît, le rayon de courbure du cercle de hauteur étant égal à $\sin z$.

Les mêmes relations s'écrivent pour l'image réfléchie, à la différence près que S doit être changé en $-S$. On introduit le non-alignement vertical des images en écrivant que le sommet de l'image directe se trouve au point $(x_0 + \Delta x, y_0)$ tandis que le sommet de l'image réfléchie sera au point $(x_0 - \Delta x, y_0)$. Ce paramétrage implique que t_0 est l'instant du passage cherché puisque lorsque $t = t_0$, les ordonnées des deux sommets sont égales.

Si, au contraire, les colonnes de la CCD sont inclinées d'un angle β sur l'horizon, une rotation d'angle β appliquée aux coordonnées précédentes, relatives à un axe horizontal, donne les coordonnées relatives à la CCD réelle (X, Y) .

La pente des trajectoire en Y , $\frac{dY}{dt}$, suivant que l'on considère l'image directe ou réfléchie est égale à $\sin(S - \beta)$ ou à $-\sin(S + \beta)$. Connaissant la valeur de l'angle à l'astre avec une précision surabondante, on détermine β et l'étalonnage e_y . Ces équations sont aussi celles qui permettent de calculer un instant de passage mesuré mais approché t_m et de donner son expression en fonction de t_0 et des termes d'erreur. On en tire aussi t_0 instant vrai du passage :

$$t_0 = t_m - \Delta x \cdot e_x \cdot \frac{\operatorname{tg} \beta}{15 \cdot \cos \delta \cdot \sin S} - bpR \cdot \frac{1 - \cos \beta}{15 \cdot \cos \delta \cdot \sin S}.$$

La valeur observée t_m de t doit être corrigée des effets dus à l'écartement des images Δx et d'un terme dépendant du demi-diamètre solaire. Cette correction provient du fait que le point observé est le sommet *relativement à la CCD* et que l'on doit en fait observer le sommet *relativement à l'horizontale*.

Dès que l'angle β est connu, plutôt que d'appliquer la formule précédente, une rotation d'angle $-\beta$ permet de replacer les points des deux trajectoires dans un système horizontal. L'instant du passage est encore défini comme celui où les ordonnées des sommets des images directes et réfléchies sont égales, mais cette fois dans un repère

horizontal. D'où l'instant t_0 que l'on tire du temps observé t_m :

$$t_0 = t_m + bpR \cdot \frac{1 - \cos \beta}{15 \cdot \cos \delta \cdot \sin S}.$$

On notera le changement de signe de l'erreur, par rapport au résultat brut, qui s'explique par le changement de système de référence. Cette rotation supprime aussi tout effet produit par le non-alignement vertical des images. De même, on sait que $\sin S$ change de signe avec le passage et est négatif en passage Est, comme le paramètre p . La formule resterait donc exacte en supprimant p et en remplaçant $\sin S$ par sa valeur absolue.

Après la détermination de l'angle β la correction ci-dessus a été systématiquement appliquée au temps de passage brut donné par t_m afin d'obtenir une évaluation correcte de t_0 , temps de passage vrai.

Nous nous limitons ici aux mesures du diamètre solaire, paramètre plus immédiatement accessible que la recherche des corrections à la position du Soleil qui nécessitent de plus longues campagnes. Comme pour les observations visuelles, les calculs des positions et du diamètre solaires ont été réalisés dans le système J2000 avec l'aide de la théorie des planètes du Bureau des Longitudes (Bretagnon & Franco 1988) tandis que les coordonnées de la station d'observation ont été corrigées des inégalités de la rotation terrestre et des mouvements du Pôle, publiés par l'IERS/CB (International Earth Rotation Service/Central Bureau).

3.5. Le demi-diamètre du Soleil

À ce stade du traitement les données d'observations correspondent à un instant de passage pour chaque bord du Soleil, aussi bien pour des observations faites en passage Est qu'Ouest. La comparaison des temps de passage observés et prédits permet d'obtenir une détermination du diamètre du Soleil. Ces calculs, classiques, conduisent, pour chaque bord observé, à une équation de condition de la forme :

$$\delta h = - \frac{p \cdot \Delta \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \sin a + \Delta \delta \cdot \cos S + \Delta z + p \cdot b \cdot \Delta d}{p \cdot b \cdot \Delta d} \quad (1)$$

où, comme précédemment, p représente le passage et vaut -1 à l'Est et $+1$ à l'Ouest tandis que b représente le bord observé et vaut -1 pour le premier bord et $+1$ pour le second.

Pour une distance zénithale donnée, chaque passage complet conduit à un système de quatre relations telles que (1). Ce système peut être traité de plusieurs façons, suivant les besoins, mais avec quelques précautions. Lors d'un passage par une distance zénithale fixe, les coefficients des inconnues restent pratiquement constants en grandeur, tant à l'Est qu'à l'Ouest. Par conséquent, les coefficients de $\Delta \delta$ et de Δz sont proportionnels et ces deux

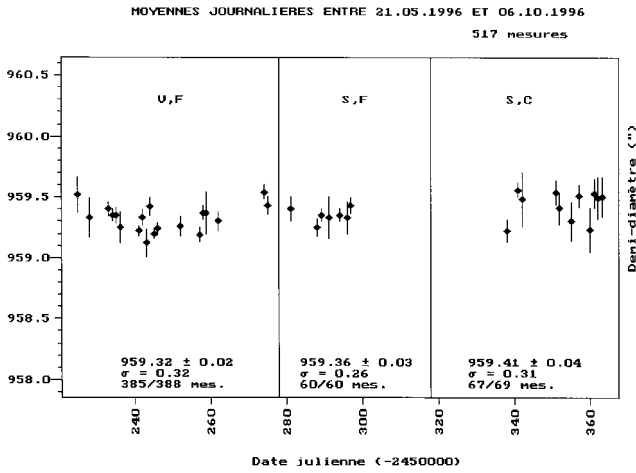


Fig. 2. Moyennes journalières du demi-diamètre solaire obtenues avec les astrolabes à CCD entre le 21 mai et le 10 octobre 1996

inconnues ne peuvent pas être séparées et on posera de façon classique $Y = \Delta z + \Delta \delta \cdot \cos S$ (Laclare et al. 1980; Chollet 1981). Le système complet des équations est à présent :

$$\begin{cases} \delta h_1 = \Delta \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \sin a + Y + \Delta d, \\ \delta h_2 = \Delta \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \sin a + Y - \Delta d, \\ \delta h_3 = -\Delta \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \sin a + Y - \Delta d, \\ \delta h_4 = -\Delta \alpha \cdot \cos \varphi \cdot \sin a + Y + \Delta d. \end{cases} \quad (2)$$

Le système primitif de quatre équations à quatre inconnues se réduit à un système à trois inconnues qui peut être traité statistiquement par application d'une méthode de moindres carrés. On peut aisément vérifier que les vecteurs colonnes formés par les coefficients des inconnues sont quasiment perpendiculaires entre eux, ce qui conduira à une matrice des équations normales pratiquement diagonale. Les équations ont ainsi la meilleure conformation possible et il sera possible d'évaluer des erreurs de façon valable. Les résultats traitant des observations visuelles ont été obtenus de cette manière. Dans ce mode de réduction, les quatre équations sont utilisées pour fournir un seul diamètre. Mais on constate aussi que chaque groupe de deux équations conduit à une détermination du diamètre. Les soustractions terme à terme : $\delta h_1 - \delta h_2$, ou encore $\delta h_4 - \delta h_3$ fournissent directement le diamètre $2 \cdot \Delta d$. Mais il n'est plus alors possible de donner une idée de la précision des mesures autrement que par la comparaison des résultats successifs. Notre étude étant limitée à celle du diamètre, c'est cette seconde méthode qui a été employée car elle conduit à un nombre deux fois plus élevé de résultats et permet d'étudier l'existence d'effets Est-Ouest éventuels.

4. Les résultats

Les résultats présentés ont été obtenus au cours de deux campagnes d'observations effectuées au CERGA/OCA en 1996. L'astrolabe à prisme d'angle variable a d'abord été utilisé pour tester le montage optique et les programmes d'acquisition. Une première série de 388 mesures a été obtenue entre le 21 mai et le 10 juillet 1996. L'expérience a ensuite été montée sur l'astrolabe à prismes d'angles fixes avec lequel 129 mesures ont été faites entre le 16 Juillet et le 6 octobre 1996. Les tests statistiques et quelques incidents matériels ou météorologiques ont entraîné la suppression d'environ une trentaine de mesures. Sur le total des mesures, 517 d'entre-elles ont finalement été conservées.

4.1. Les demi-diamètres

L'examen des résultats obtenus à l'aide de deux instruments différents et par deux méthodes de mesure différentes (Fig. 2), montre en premier lieu la cohérence des résultats puisque ceux-ci sont tous compris dans l'intervalle $959''.12 \leq d \leq 959''.56$ la valeur moyenne générale s'établissant à :

$d = 959''.33 \pm 0''.01$, avec une dispersion des mesures de $0''.31$. L'examen de la Fig. 2, montre cependant que les résultats et la dispersion des mesures changent légèrement avec l'instrument et la méthode d'observation. Le Tableau 1 donné en annexe confirme cette observation.

Dans la zone (V, F), (Fig. 2) qui concerne les résultats obtenus par l'astrolabe équipé d'un prisme d'angle variable et de l'obturateur tournant, on obtient :

$d = 959''.32 \pm 0''.02$, une dispersion $\sigma = 0''.32$, et un total de 385 mesures.

Dans la zone suivante (S, F), les observations sont faites avec l'astrolabe solaire, à prismes d'angles fixes mais toujours avec l'obturateur tournant, et les résultats sont bien meilleurs puisque l'on a :

$d = 959''.36 \pm 0''.03$, une dispersion $\sigma = 0''.26$, et un total de 60 mesures.

Dans la dernière zone (S,C) les observations ont été encore réalisées sur l'astrolabe solaire, mais l'obturateur tournant est supprimé et les images CCD contiennent les images des deux bords solaires avec un recouvrement de celles-ci pendant une moitié du passage. On obtient :

$d = 959''.41 \pm 0''.04$, une dispersion $\sigma = 0''.31$, et un total de 67 mesures.

Les résultats, calculés à partir des valeurs individuelles et non des moyennes du Tableau 1, sont cohérents; on peut conclure que, pour une même méthode de mesure, l'astrolabe à prismes d'angles fixes ($\sigma = 0''.26$) est plus précis que l'instrument à prisme d'angle variable ($\sigma = 0''.31$), ce qui paraît naturel si l'on considère la différence de stabilité intrinsèque des deux type de prismes. Le système à prisme d'angle variable a été primitivement construit pour permettre de tester rapidement et aisément

les solutions instrumentales et informatiques, au cours des mises au point. La qualité surprenante des résultats a conduit à poursuivre les tests et à effectuer une mini-campagne d'observation dont les résultats sont d'une qualité à peine moindre que celle obtenue sur l'instrument à prismes d'angles fixes.

Les conclusions sont moins évidentes pour ce qui concerne l'observation sans obturateur tournant. Notons toutefois que le nombre de mesures faites avec ce procédé est relativement faible (67) et qu'il est peut-être prématuré de conclure. On doit tout de même signaler une possibilité d'erreur durant la partie de l'observation où les images se recouvrent. Les intensités mesurées dans ces conditions sont la somme de celles de chacune des deux images du Soleil présentes ensemble sur la CCD. Au voisinage du point d'inflexion de l'un des bords, l'autre bord présente une courbe d'intensité décroissante (si l'on se déplace du centre du Soleil vers le bord) dû à l'effet d'atténuation centre-bord bien connu sur les images solaires. Si donc, les variations d'intensité dues à cet effet peuvent être considérées comme linéaires, cela n'aura strictement aucun effet néfaste sur la position du zéro de la dérivée seconde pour le bord de l'autre image.

Les résultats d'observation montrent que le recouvrement des images introduit peut-être une déformation des bords du Soleil. Le nombre des observations est trop faible pour qu'une conclusion puisse être valablement tirée au sujet de ce mode de mesure. Une étude est en cours pour élaborer un modèle du bord solaire afin, si possible, de séparer les images ou, à tout le moins, d'avoir une idée de la grandeur de ces effets afin de les corriger. Toutefois, les observations de la dernière série (S, C) ont été effectuées dans des conditions limites. On sait que, placées en fin de la période des observations possibles, c'est-à-dire lorsque le Soleil n'est observable qu'à de grandes distances zénithales, la précision est moins bonne ; ceci en raison de problèmes accrus dans le calcul précis des corrections de réfraction. À noter aussi que la méthode d'acquisition était en cours de mise au point et que les portions de trajectoires suivies étaient dans ce cas moins étendues. Par ailleurs, la partie centrale des trajectoires observée au voisinage de l'instant du passage, n'a pas été prise en compte dans cette méthode d'observation, ce qui induit une légère perte d'informations.

4.2. Comparaison avec d'autres résultats

Durant la même période d'observation, les mesures visuelles se poursuivaient, sur le même site et les mêmes instruments. L'analyse de ces mesures visuelles montre que le diamètre solaire est légèrement plus grand que celui obtenu par les mesures CCD, puisque, en moyenne le demi-diamètre trouvé est égal à $959''.48 \pm 0''.04$.

À la même époque, une série d'observations visuelles du diamètre solaire a été effectuée à Malatya, en Turquie (Golbasi et al. 1997). L'instrument n'étant équipé que

d'un seul prisme construit pour observer à 30° de distance zénithale, une seule mesure était obtenue pour chaque journée d'observation complète. Au cours d'une campagne de trois semaines, les valeurs successives des demi-diamètres sont comprises entre $959''.27$ et $959''.71$. La moyenne générale est de : $959''.48 \pm 0''.03$. La dispersion des mesures est de $0''.13$ pour un total de 17 mesures.

Il apparaît donc qu'un effet systématique existe entre les observations visuelles et CCD. Bien qu'apparemment très cohérentes, les mesures visuelles sont habituellement très dépendantes de l'observateur et des différences de l'ordre de $0''.5$ entre observateurs sont courantes. La coïncidence entre les résultats de Turquie et du CERGA est, compte tenu du petit nombre d'observations, très certainement fortuite.

Par expérience, nous avons noté une évolution identique des résultats, pour toute campagne de mesures visuelles du diamètre solaire et pour toutes les stations : les premiers résultats sont toujours différents de ceux obtenus simultanément à l'OCA/Calern pris comme référence. Puis, au cours du temps s'amorce une évolution des mesures dans le sens d'une convergence vers les résultats de l'OCA/Calern. La durée de cette évolution peut être comprise entre quelques mois -rarement moins- et une ou deux années. Il semble que l'observation du Soleil, très difficile il est vrai, nécessite de la part des observateurs un apprentissage plus long. Dans le cadre de cette hypothèse, le fait que finalement les résultats convergent est un indice positif pour ce qui concerne la qualité des instruments.

Une évolution instrumentale du même genre n'est d'ailleurs pas à exclure. Lors des modifications optiques nécessaires à l'observation solaire sont effectuées, un certain temps s'écoule avant que l'instrument ait pu retrouver son équilibre mécanique et optique. Nous avons pu constater ce phénomène en une seule et unique occasion lorsque, à Paris, sur l'astrolabe à pleine pupille, l'équerre optique a été remplacée par un nouveau prisme réflecteur identique à ceux utilisés pour l'observation du Soleil. Lors d'observations de groupes d'étoiles, une évolution temporelle de la distance zénithale a été mise en évidence et s'est poursuivie pendant quelques semaines pour disparaître complètement par la suite. Évolution de la matière du prisme ou apprentissage des observateurs ? La question n'est pas tranchée mais le phénomène est bien réel et heureusement finalement de peu d'importance.

Rappelons que de 1989 à 1995, les résultats des mesures visuelles du diamètre étaient en très bon accord avec ceux obtenus à partir du système d'acquisition analogique CCD. Dans ce dernier système, le mode de détection du point d'inflexion par le passage à zéro de la dérivée seconde sur chaque ligne du balayage diffère sensiblement de celui que nous utilisons en mode numérique, à savoir l'approximation de l'extremum de la dérivée première par la position du barycentre à son voisinage. Des effets systématiques ne sont à exclure d'aucune des deux méthodes utilisées.

Table 1. Campagne de mesures CCD 1996. Moyennes journalières

DATE (a m j)	INSTR.	λ (nm)	NB.MES.	d (")	ϵ (")	σ (")
1996 05 21	V, F	850	7	959.52	\pm 0.14	0.37
1996 05 24	V, F	850	14	959.33	\pm 0.16	0.60
1996 05 29	V, F	850	30	959.40	\pm 0.06	0.35
1996 05 30	V, F	850	29	959.35	\pm 0.05	0.27
1996 05 31	V, F	850	36	959.35	\pm 0.06	0.33
1996 06 01	V, F	850	11	959.25	\pm 0.13	0.42
1996 06 06	V, F	850	36	959.22	\pm 0.04	0.24
1996 06 07	V, F	850	20	959.33	\pm 0.06	0.29
1996 06 08	V, F	850	5	959.12	\pm 0.11	0.25
1996 06 09	V, F	850	18	959.42	\pm 0.07	0.31
1996 06 10	V, F	850	43	959.20	\pm 0.04	0.29
1996 06 11	V, F	850	33	959.24	\pm 0.05	0.26
1996 06 17	V, F	850	17	959.26	\pm 0.08	0.34
1996 06 22	V, F	850	12	959.19	\pm 0.06	0.21
1996 06 23	V, F	850	26	959.37	\pm 0.06	0.29
1996 06 24	V, F	850	3	959.37	\pm 0.17	0.30
1996 06 27	V, F	850	21	959.30	\pm 0.08	0.39
1996 07 09	V, F	850	3	959.54	\pm 0.06	0.10
1996 07 10	V, F	850	21	959.43	\pm 0.07	0.34
1996 07 16	S, F	550	10	959.40	\pm 0.10	0.33
1996 07 23	S, F	550	11	959.25	\pm 0.07	0.24
1996 07 24	S, F	550	3	959.35	\pm 0.05	0.09
1996 07 26	S, F	550	3	959.33	\pm 0.17	0.29
1996 07 29	S, F	550	9	959.35	\pm 0.05	0.14
1996 07 31	S, F	550	9	959.33	\pm 0.13	0.39
1996 08 01	S, F	550	14	959.43	\pm 0.06	0.21
1996 09 11	S, C	550	6	959.22	\pm 0.09	0.22
1996 09 14	S, C	550	14	959.56	\pm 0.06	0.24
1996 09 15	S, C	550	3	959.48	\pm 0.22	0.39
1996 09 24	S, C	550	5	959.54	\pm 0.10	0.23
1996 09 26	S, C	550	4	959.41	\pm 0.13	0.25
1996 09 28	S, C	550	5	959.30	\pm 0.16	0.35
1996 09 30	S, C	550	5	959.51	\pm 0.09	0.20
1996 10 03	S, C	550	5	959.23	\pm 0.18	0.40
1996 10 04	S, C	550	8	959.53	\pm 0.12	0.33
1996 10 05	S, C	550	2	959.49	\pm 0.17	0.23
1996 10 06	S, C	550	2	959.50	\pm 0.16	0.23

Le fait que la caméra CCD puisse être considérée comme un micromètre à deux dimensions, permet de disposer d'informations impossibles à obtenir autrement. Une série de recherches de cause d'erreurs possibles est en cours.

5. Conclusions

Cette campagne d'observations et de mesures du demi-diamètre solaire conduit à des résultats légèrement différents de ceux obtenus de façon purement visuelle. On sait combien des observateurs différents utilisant le même instrument et faisant les mêmes observations peuvent obtenir des résultats parfois différents. Ici encore, seule une longue durée du recouvrement des mesures visuelles et

CCD numérique permettra de détecter d'éventuels effets systématiques. En outre, seule une calibration des mesures faites au sol par les observations conduites depuis l'espace permettra d'évaluer les effets induits par l'atmosphère.

Les résultats présentés ici sont tirés de mesures faites sur deux astrolabes différents quant au montage optique et en employant deux méthodes elles aussi différentes. Malgré ces disparités, les résultats ne diffèrent que de quelques 0''01. Cette homogénéité est très certainement, le plus grand avantage de cette méthode de mesure.

Par ailleurs, les mesures visuelles donnaient un résultat, le temps de passage, et aucune possibilité d'analyse a posteriori de la donnée brute d'observation n'était envisageable. Les images CCD, recueillies en des instants bien précis, se prêtent aisément à l'analyse. La mesure des

défauts instrumentaux est faite à l'instant de l'observation et la correction de leurs effets est simple. Enfin, l'archivage des images, c'est-à-dire des données brutes de mesures permettra, si nécessaire de revenir sur les analyses ou de tester d'autres méthodes de traitement.

La mesure du diamètre solaire pose de redoutables problèmes (Ribes et al. 1991) d'interprétation et d'analyse. Il est donc indispensable de disposer d'un instrument de haute qualité. Les résultats obtenus avec l'astrolabe a CCD montrent que cet instrument est l'un des plus performants, mais aussi qu'il est encore perfectible.

Un nouvel instrument (DORAYSOL) est en construction au CERGA, basé encore sur le principe de l'astrolabe, ses prismes seront construits de sorte que les observations puissent être réalisées sans l'aide du prisme biréfringent de Wollaston. Rappelons que ce prisme, encore présent dans les instruments actuels à CCD, est destiné à ramener en coïncidence les faisceaux lumineux correspondants à chacune des images directes et réfléchies. Un projet annexe vise aussi à n'utiliser que l'image directe du Soleil, la seconde, réfléchi, étant remplacée par une autocollimation sur un bain de mercure (Xu Jiayan et al. 1993). Enfin, toujours sur le même instrument, un prisme d'angle variable plus stable doit être monté. Ce montage optique malgré tout ce que l'on pouvait craindre a démontré ses qualités et sera conservé en raison de sa commodité d'emploi, de sa précision et de son rendement exceptionnel.

Nous fondons beaucoup d'espairs sur la mise au point d'un modèle mathématique capable de représenter très précisément le bord solaire tel qu'il est observé à l'astrolabe. Les observations seront alors aisément corrigées des erreurs inhérentes aux méthodes numériques employées actuellement. À terme, de nouveaux moyens d'analyse seront utilisables.

Enfin d'autres recherches sont en cours destinées à évaluer au mieux les effets de la turbulence atmosphérique (Laclare et al. 1996). La qualité et la nouveauté des données obtenues grâce aux caméras CCD permettent dès à présent de donner une idée des effets atmosphériques

par l'évaluation du paramètre de Fried (Irbah et al. 1994) qui donne un ordre de grandeur de la dimension des hétérogénéités de l'air au voisinage du bord solaire. L'idée d'un nettoyage efficace et non destructif des images sous tend ces travaux.

Bibliographie

- Andrei A.H., Penna J.L., Jilinski E., Puliaev S., 1996, VIII Reunion R. Latinoamericana de Astronomia, IAU, Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica, Ser. Conf. 4, 153
- Bretagnon P., Francou G., 1988, A&A 202, 309
- Chollet F., 1981, Thèse de Doctorat d'État, Université Pierre et Marie Curie
- Chollet F., Noël F., 1993, A&A 276, 655
- Danjon A., 1954, Bull. Astr. 18, 251
- Danjon A., 1958, Bull. Astr. 21, 323
- Golbasi O., 1996 (communication personnelle : publication en cours)
- Golbasi O., Kilic H., 1997 (communication personnelle)
- Irbah A., Laclare F., Bornino J., Merlin G., 1994, Solar Phys. 149, 213
- Laclare F., 1975, C.R. Acad. Sci. Paris Ser. II 280, 13
- Laclare F., Demarcq J., Chollet F., 1980, C.R. Acad. Sci. Paris Ser. B 291, 189
- Laclare F., 1987, C.R. Acad. Sci. Paris Ser. II 305, 451
- Laclare F., Merlin G., 1991, C.R. Acad. Sci. Paris Ser. II 313, 323
- Laclare F., Delmas C., Coin J.P., Irbah A., 1996, Solar phys. 166, 211
- Leister N., 1989, Tese de Doutorado, Instituto Astronômico e Geofísico, São Paulo
- Ribes E., Beardsley B., Brown T.M., Delache P., Laclare F., Kuhn J.R., Leister N.V., 1991, in The Sun in Time, Sonett C.P., Giampapa M.S. and Matthews M.S. (eds.). The University of Arizona Press, p. 59
- Sanchez M., 1991, Thèse de Doctorat, Facultad de Física, Barcelona 166, 211
- Sinceac V., 1996, Thèse en cours à l' Observatoire de Paris
- Xu Jiayan, Wang Hongqi, Zhang Zhiwu, 1993, in Proceeding IAU Symposium N° 156, Mueller I., Kolaczek B. (eds.). Kluwer, p. 89