ASTRONOMY & ASTROPHYSICS
SUPPLEMENT SERIES

Astron. Astrophys. Suppl. Ser. **118,** 525-528 (1996)

Système de référence stellaire : effets systématiques

Stellar reference system: Systematic effects

V.A.F. Martin*, R. Boczko, P. Benevides-Soares et N.V. Leister

Instituto Astronômico e Geofísico-Universidade de São Paulo, Caixa Postal 9638, 01065-970, São Paulo-SP, Brésil

Reçu le 10 janvier; accepté le 7 février 1996

Abstract. — We discuss two different ways to determine the systematic effects on the star's observations obtained with the astrolabe. The first one is related to the absolute determination of the declinations got through stars belonging simultaneously to 30° and 45° zenith distance programmes. The absolute declinations were obtained from a global reduction including all the data. The second way uses a sum of chosen functions, added to the observational results in zenith distance obtained with astrolabes, which represent both the systematic differences $\Delta\alpha$ and $\Delta\delta$ between catalogues of stars and the instrumental effects ΔI. With this method it is possible to associate several different catalogues as only one. The interest is that it allows the utilization of even single passage stars to get systematic differences $\Delta\alpha$ and $\Delta\delta$, what is not possible in classical procedure of astrolabe data reduction.

Key words: astrometry — reference systems — catalogues — instrumentation: miscellaneous

1. Introduction

La méthode classique pour obtenir les différences systématiques avec l'astrolabe demande que, pour une même étoile, le passage Est comme le passage Ouest soit observé. C'est une condition restrictive.

La tendance moderne est de faire usage de la méthode de réduction globale qui élimine cette restriction.

La méthode moderne de réduction astrométrique cherche à réunir toute l'information dans un seul ensemble d'équations, avec toutes les inconnues, c'est la méthode de réduction globale (Basso 1991).

Avec la réduction globale, les données et les inconnues sont traitées de façon la plus symétrique possible, et avec une pondération déterminée par de stricts critères statistiques.

Des exemples d'application sont la méthode de recouvrement "overlap" (Eichhorn 1960) et la méthode globale (Benevides-Soares & Clauzet 1986; Benevides-Soares & Teixeira 1992; Chollet & Najid 1992; Chollet 1993; Najid 1993).

D'ailleurs, on peut aussi bien essayer de représenter les effets systématiques par une somme de fonctions et déterminer ses coefficients, ce qui peut être fait par la méthode des moindre carrés, en faisant usage de la décomposition d'une matrice en ses vecteurs et valeurs propres.

Send offprint requests to: V.A.F. Martin

*En séjour à l'O.C.A./C.E.R.G.A. - Avenue Copernic, F-06130 Grasse, France (e-mail: vera@ocar01.obs-azur.fr)

2. Méthode d'analyse (I) : réduction globale

Depuis 1983, l'astrolabe modifié "A.Danjon" de l'Observatoire de l' Université de São Paulo situé à Valinhos, São Paulo, Brésil ($\lambda = 3^{\rm h}07^{\rm m}52.2^{\rm s}W$; $\phi = 23°00'06''S$) a été utilisé en observant à deux distances zénithales.

Particulièrement si nous considérons toutes les observations des étoiles à double passage, on peut écrire la relation suivante (équation de condition) :

$$\rho_i^j = (\frac{R_{\rm e}+R_{\rm w}}{2})_i^j =$$

$$-\Delta\delta_i.\cos S_i^j + (B_1.m_i + B_2.m_i^2 + A_1.c_i + \Delta z)^j - \eta^j.\cos Z_i^j \quad (1)$$

où :

$R_{\rm e}$ et $R_{\rm w}$	sont les résidus moyens des observations, équivalents à des corrections en z, distance zénithale, pour l'étoile observée lors de ses deux passages Est et Ouest, après addition des corrections de groupe
$\Delta\delta$	est la correction en déclinaison
S	l'angle parallactique de l'étoile

B_1 et B_2 les coefficients inconnus de magnitude
m la magnitude de l'étoile
A_1 le coefficient inconnu de l'indice de couleur
c l'indice de couleur visuel $(B-V)$ de l'étoile
Δz la correction en distance zénithale
η la correction à l'équateur
Z l'azimut du passage de l'étoile
i le numéro de l'étoile (i=1,..., 434)
j le numéro du catalogue

Pour les étoiles qui ne sont pas au maximum de digression, c'est-à-dire, avec $|\cos S_i^j| > 0.3$ on applique la relation (1) sous la forme suivante :

$$\rho_i^j = -\Delta\delta_i.\cos S_i^j +$$
$$(B_1.m_i + B_2.m_i^2 + A_1.c_i + \Delta z)^j - \eta^j.\cos Z_i^j$$

Maintenant, pour les étoiles trouvées au maximum de digression, c'est-à-dire, avec $|\cos S_i^j| \leq 0.3$ on applique Eq. (1) sous la forme suivante :

$$\rho_i^j = (B_1.m_i + B_2.m_i^2 + A_1.c_i + \Delta z)^j - \eta^j.\cos Z_i^j\ .$$

Concernant la relation de condition (1), on peut construire le système matriciel suivant :

$$[E \quad F].X = Y \text{ , où :}$$

E est : la matrice des cosinus : c'est une matrice orthogonale par construction. Seulement un élément de chaque ligne est différent de zéro; les étoiles au maximum de digression contribuent avec la valeur zéro (dimension = 434 × 269)
F est : la matrice des effets systématiques (dimension = 434 × 13)
X la solution du système matriciel (dimension = 282 × 1)
Y la matrice des résidus (dimension = 434 × 1).

Pour obtenir la solution on utilise la méthode de Gram-Schmidt Modifiée (MGS) (Benevides-Soares 1991) :

$$[E \quad F] = Q.R,$$

où :

Q est la matrice orthogonale,
R la matrice triangulaire supérieure,

avec :

$$Q = [Q_1 \quad Q_2] \text{ et } R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ 0 & R_{22} \end{pmatrix}.$$

Donc :

$$[E \quad F] = [Q_1.R_{11} \qquad Q_1.R_{12} + Q_2.R_{22}]$$

or :

$$\begin{aligned} Q_1 &= E \\ R_{11} &= I \\ F &= E.R_{12} + Q_2.R_{22} \end{aligned}$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} R_{12} &= (E^T.E)^{-1}.E^T.F\text{ , où : } E^T.Q_2 = 0\text{ , et} \\ Q_2.R_{22} &= F - E.(E^T.E)^{-1}.E^T.F\,; \end{aligned}$$

avec la méthode MGS on obtient Q_2 et R_{22}.

Donc, la solution est :

$$X = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

où :

$$\begin{aligned} b &= R_{22}^{-1}.(Q_2^T.Q_2)^{-1}.Q_2^T.\rho \\ a &= (Q_1^T.Q_1)^{-1}.Q_1^T.\rho\,. \end{aligned}$$

On applique la relation (1) pour toutes les étoiles. Particulièrement pour les étoiles au maximum de digression ($|\cos S_i^j| \leq 0.3$) le coefficient de $\cos S$ sera égal à zéro, et alors elles ne contribueront pas à la détermination des $\Delta\delta_i$.

Cette méthode utilise toutes les étoiles, même celles qui ont été observées à une seule distance zénithale. Elles ne contribuent pas à la solution de η et des effets de couleur et de magnitude, mais elles contribuent tantôt à la détermination des $\Delta\delta_i$ tantôt au calcul de l'écart-type. D'ailleurs, les résultats de latitude impliquent que η soit le même pour les catalogues utilisés ($\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta$).

2.1. *Résultats*

Nous avons utilisé 434 étoiles des catalogues de Valinhos (VL1, VL2 et VL3 - Clauzet 1983; Clauzet & Benevides-Soares 1985; Clauzet 1989) avec l'intention de déterminer 269 $\Delta\delta$ s.

Les résultats sont dans le Tableau 1.

L'écart-type général obtenu est environ $0.13''$ et la correction à l'équateur est environ $0.028''\pm0.034''$ (Martin et al. 1996).

Ces résultats sont comparables avec les meilleurs trouvés dans la littérature. L'écart-type général est très bon. La fonction couleur-magnitude est la même que celle obtenue par Martin & Clauzet (1990).

Finalement, la correction à l'équateur est petite, ce qui confirme la qualité de l'équateur du FK5 dans la zone d'observation.

Tableau 1. Effets de couleur et de magnitude

	VL1	VL2	VL3
$B_1('')$	+0.10±0.05	-0.09±0.05	+0.40±0.04
$B_2('')$	+0.24±0.10	+0.24±0.18	+0.26±0.08
$A_1('')$	-0.10±0.04	-0.13±0.03	-0.19±0.03
$\Delta z('')$	-0.10±0.02	-0.05±0.02	-0.19±0.03
			(Basso 1991)

3. Méthode d'analyse (II) : fonctions de représentation choisies

Si nous avons plusieurs catalogues, une autre méthode est d'étudier les effets systématiques des fonctions de représentation choisies (Benevides-Soares 1988; Boczko 1989).

Afin d'obtenir les différences systématiques on peut représenter le résidu moyen d'une étoile i dans le groupe j par :

$$\rho_i^j = \Delta\alpha_i.\cos\phi.\sin Z_i^j + \Delta\delta_i.\cos S_i^j + \Delta I_i\,, \qquad (2)$$

où :

ϕ est : la latitude de l'instrument

$\Delta\alpha$ $(\Delta\alpha_\alpha + \Delta\alpha_\delta + \Delta\alpha_{\alpha\delta})$ représente les différences systématiques en α,

$\Delta\delta$ $(\Delta\delta_\alpha + \Delta\delta_\delta + \Delta\delta_{\alpha\delta})$ représente les différences systématiques en δ, et

ΔI la composante instrumentale et personnelle.

Supposons qu'on puisse représenter les différences systématiques par une somme de fonctions :

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= x_{\alpha1}.f_{\alpha1} + x_{\alpha2}.f_{\alpha2} + ... + x_{\alpha N_\alpha}.f_{\alpha N_\alpha}\\ \Delta\delta &= x_{\delta1}.f_{\delta1} + x_{\delta2}.f_{\delta2} + ... + x_{\delta N_\delta}.f_{\delta N_\delta}\\ \Delta I &= x_{I1}.f_{I1} + x_{I2}.f_{I2} + ... + x_{IN_i}.f_{IN_i}\,,\end{aligned}$$

où la fonction f est définie par :
$f_{Qi} = f_{Qi}(\alpha_i, \delta_i, m_i, c_i)$, où :

Q représente α, δ ou I ;

N_Q le nombre de fonctions f_Q ;

α l'ascension droite de l'étoile ;

δ la déclinaison, où $[\delta = \dfrac{\delta - (\delta^{\max} + \delta^{\min})/2}{\delta^{\max} - \delta^{\min})/2}]$; et

x_{Qi} le coefficient inconnu de f_{Qi}.

Il faut choisir un ensemble de fonctions pour la déclinaison (polynômes orthogonaux) et pour les différences systématiques en α, δ et I.

On peut écrire :

$$\rho_i^j \approx \sum_{k=1}^{N_\alpha} x_{\alpha k}.f_{\alpha ki}.\cos\phi.\sin Z_i^j + \sum_{k=1}^{N\delta} x_{\delta k}.f_{\delta ki}.\cos S_i + $$
$$+ \sum_{k=1}^{N_I} x_{Ik}.f_{Iki}\,,$$

où le symbole $\approx$ signifie la solution obtenue par la méthode des moindre carrés.
On pose :

$$\begin{aligned}a_{\alpha ki} &= f_{\alpha ki}.\cos\phi.\sin Z_i^j\\ a_{\delta ki} &= f_{\delta ki}.\cos S_i\\ a_{Iki} &= f_{Iki}\,,\end{aligned}$$

on peut écrire finalement :

$$\rho_i^j \approx \sum_{k=1}^{N} x_k.a_{ki},$$

avec une forme matricielle :

$$A.X \approx R\text{ , où : } N = N_\alpha + N_\delta + N_I.$$

La solution du système $A.X \approx R$ (R est la matrice des résidus) donne les coefficients x et enfin les différences systématiques :

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= \sum_{k=1}^{N_\alpha} x_{\alpha k}.f_{\alpha k}\\ \Delta\delta &= \sum_{k=N_\alpha+1}^{N_\alpha+N_\delta} x_{\delta k}.f_{\delta k}\\ \Delta I &= \sum_{k=N_\alpha+N_\delta+1}^{N} x_{Ik}.f_{Ik}\,.\end{aligned}$$

Si on dispose de plusieurs catalogues, ils peuvent être associés et l'on procéde comme avec un seul catalogue.

3.1. *Résultats*

Les résultats des catalogues obtenus avec l'astrolabe situé a São Paulo (Brésil) (Fig. 1) et les résultats de l'association des catalogues suivants sont présentés ci-dessous (Fig. 2) :
- 1 catalogue de São Paulo (Brésil)
- 3 de Valinhos (Brésil)
- 1 de Rio de Janeiro (Brésil)
- 1 de Santiago (Chili) et 1 de Rio Grande (Argentine).

On donne aussi le nombre d'étoiles utilisées (N), l'écart-type général (σ), le nombre de fonctions choisies (FER) et le nombre de fonctions obtenues avec la décomposition d'une matrice en ses vecteurs et valeurs propres des fonctions choisies (FOG).

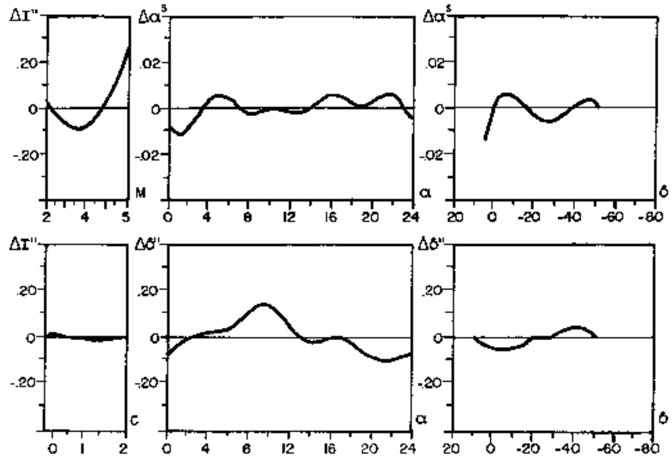

Fig. 1. $(\Delta I,\, m)$, $(\Delta\alpha,\, \alpha)$, $(\Delta\alpha,\, \delta)$, $(\Delta I,\, c)$, $(\Delta\delta,\, \alpha)$, $(\Delta\delta,\, \delta)$; $N = 290$, $\sigma = 0.171''$, FER = 55 et FOG = 10

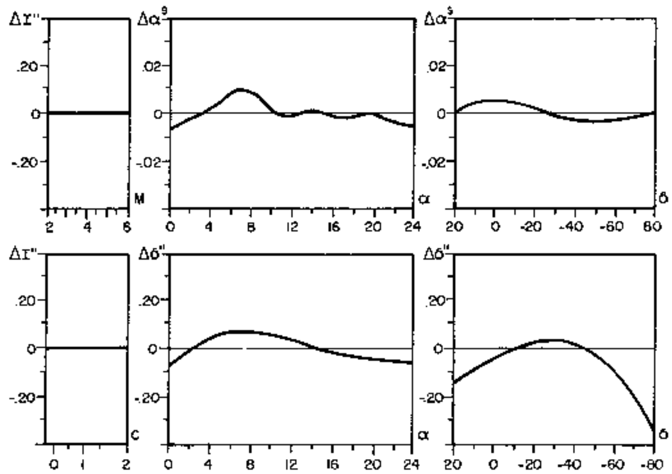

Fig. 2. $(\Delta I,\, m)$, $(\Delta\alpha,\, \alpha)$, $(\Delta\alpha,\, \delta)$, $(\Delta I,\, c)$, $(\Delta\delta,\, \alpha)$, $(\Delta\delta,\, \delta)$; $N = 2207$, FER = 28 et FOG = 20

La nomenclature utilisée dans les figures est la suivante :

- $(\Delta I, m)$ est la composante instrumentale et personnelle en fonction de la magnitude visuelle de l'étoile,
- $(\Delta I, c)$ la composante instrumentale et personnelle en fonction de l'indice de couleur visuel $(B - V)$,
- $(\Delta\alpha, \alpha)$ la correction en ascension droite en fonction de l'ascension droite,
- $(\Delta\alpha, \delta)$ la correction en ascension droite en fonction de la déclinaison,
- $(\Delta\delta, \alpha)$ la correction en déclinaison en fonction de l'ascension droite, et
- $(\Delta\delta, \delta)$ la correction en déclinaison en fonction de la déclinaison;

avec les unités suivantes :
ΔI $('')$; $\Delta\alpha$ (s); $\Delta\delta$ $('')$; α (h) et δ $(\circ)$.

4. Conclusions

Bien que les observations au sol soient affectées des incertitudes de la réfraction, on constate que, avec des méthodes mathématiques appropriées, il est possible d'obtenir des résultats importants dans le domaine de l'astrométrie.

Même avec le projet spatial (HIPPARCOS) de haute précision nous pourrons utiliser les résultats au sol pour étudier les effets systématiques et egalement obtenir les mouvements propres des étoiles.

Remerciements. Ce travail a bénéficié d'un financement de la part du CNPq, FAPESP et Capes. Nous voulons remercier W. Monteiro pour sa participation aux observations faites et aussi Liliane Saint-Crit pour la révision du texte.

Bibliographie

Basso V.A.F., 1991, Dissertação de mestrado - Université de São Paulo, Brésil
Benevides-Soares P., Teixeira R., 1992, A&A 253, 307-310
Benevides-Soares P., 1991 (communication personnelle)
Benevides-Soares P., 1988, A&A 189, 297-302
Benevides-Soares P., Clauzet L.B.F., 1986, in: IAU Symp. 109, Astrometric Techniques. In: Eichhorn H.K., Leacock R.J. (eds.). Reidel Dordrecht, p. 103
Boczko R., 1989, Tese de doutoramento - Université de São Paulo, Brésil
Clauzet L.B.F., 1989, A&AS 77, 67-72
Clauzet L.B.F., Benevides-Soares P., 1985, A&AS 61, 83-88
Clauzet L.B.F., 1983, A&AS 52, 403-410
Chollet F., Najid N.-E., 1992, A&A 262, 341-346
Chollet F., 1993, A&A 280, 675-682
Eichhorn H.K., 1960, Astron. Nachr. 285, 233
Martin V.A.F., Clauzet L.B.F., 1990, Rev. Mex. Astron. Astrofis. 21, 297-299
Martin V.A.F., Benevides-Soares P., Leister N.V., Clauzet L.B.F., 1996, A&A (en préparation)
Najid N.-E., 1993, A&AS 102, 389-396